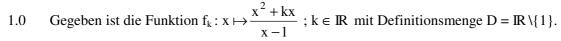
Klasse B12T2

2. Schulaufgabe aus der Mathematik am 21.02.2013

Analysis



- 1.1 Untersuchen Sie, für welchen Wert von k die Funktion f_k stetig fortsetzbar ist. Geben Sie den Funktionsterm $f_k(x)$ für diesen Fall in möglichst einfacher Form an und zeichnen Sie den Graphen für $-5 \le x \le 7$ in das vorhanden Koordinatensystem ein. [4]
- 1.2 Bestimmen Sie Anzahl und Lage der Nullstellen in Abhängigkeit von k. [4]
- 1.3 Bestimmen Sie für $k \neq -1$ die Gleichungen sämtlicher Asymptoten. [5]
- 1.5.0 Ab nun sei $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ mit $f_0(x) := f(x) = \frac{x^2}{x-1}$. Der Graph wird mit G_f bezeichnet.
- 1.5.1 Bestimmen Sie das Monotonieverhalten, sowie Art und Koordinaten der Extrempunkte von G_f. [5]
- 1.5.2 Zeichnen Sie mit Hilfe der bisherigen Ergebnisse die Graphen der Asymptoten sowie den Graphen G_f für $-5 \le x \le 7$ in das vorhandene Koordinatensystem. [5]
- 1.6.0 Gegeben ist ferner die reelle Funktion g mit $g(x) = 4 \cdot \sin(\frac{\pi}{8}x + \frac{\pi}{4})$
- 1.6.1 Beschreiben Sie, wie der Graph von g aus dem Graphen der Funktion j : $x \mapsto \sin(x)$ hervorgeht. [4]
- 1.6.2 Bestimmen Sie die maximale Definitionsmenge der Funktion $p: x \mapsto \frac{1}{g(x)}$. [5]
- 1.7.0 Die Funktion h ist festgelegt durch:

$$h(x) = \begin{cases} f(x) & \text{für } x < 2\\ g(x) & \text{für } x \ge 2 \end{cases}$$

Sie ist stetig an der Stelle $x_0 = 2$. Der Nachweis dafür ist nicht erforderlich.

1.7.1 Untersuchen Sie, ob die Funktion h an der Stelle $x_0 = 2$ differenzierbar ist.

[4]

Analytische Geometrie

- 2.0 In einem kartesischen Koordinatensystem des IR^3 sind die Punkte $P_t(2-3t~;~12~;~11-4t)$, $t \in IR$ gegeben. Sie legen die Gerade g fest. Die Punkte P_t legen zusammen mit dem Koordinatenursprung O und dem Punkt A(3;~0;~4) die Dreiecke OAP_t fest.
- 2.1 Zeigen Sie, dass für die Maßzahl J(t) des Flächeninhalts des Dreiecks OAP_t gilt: J(t) =32,5. [4]
- 2.2 Was folgt aus dem Ergebnis von Aufgabe 2.1 bezüglich der Lage der Punkte P_t ?
 Fertigen Sie eine Skizze, aus der die Lage der Geraden g und der Punkte O und A hervorgeht.
 Berechnen Sie mit Hilfe des Ergebnisses von 2.1 den Abstand d der Geraden g vom Punkt A.
 (Ergebnis: d = 13)
- 2.3 Berechnen Sie ohne Verwendung des Skalarproduktes den Wert von t, für den das Dreieck OAP_t einen rechten Winkel beim Punkt A hat. [4]
- 2.4.0 Sie Punkte $S_k(0; 6; k)$ mit $k \in \mathbb{R}$ bilden die Spitze eines Tetraeders OAP_0S_k .
- 2.4.1 Berechnen Sie die von k abhängige Maßzahl V(k) des Volumens des Tetraeders OAP_0S_k . (Ergebnis: V(k) = |25 6k|) [3]
- 2.4.2 Ermitteln Sie, für welche Werte von k und t die Vektoren $\overrightarrow{OA} = \vec{a}, \overrightarrow{OP_t} = \vec{p}_t \text{ und } \overrightarrow{OS_k} = \vec{s}_k$ keine Basis des \mathbb{R}^3 bilden.

 Welche Folgerung ergibt sich daraus für die Lage der Vektoren \vec{a} , \vec{p}_t und \vec{s}_k ? [3]